Kółko fizyczne dla klas II **23.12.2017**

Lista nr 5

1. Rozważamy gumowy balonik, który po nadmuchaniu powietrzem ma kształt kuli. Gdy promień balonika wynosi $r_1 = 0{,}1$ m, to wewnątrz panowało ciśnienie $p_1 = 1{,}1 \cdot 10^5$ Pa.
   a) Jakie ciśnienie panuje wewnątrz balonika, po nadmuchaniu go tak, by miał promień $r_2 = 3r_1/2$? W obu przypadkach temperatura powietrza wewnątrz balonika jest równa temperaturze otoczenia i wynosi $T_0 = 300$ K. Ciśnienie powietrza otaczającego balonik jest równe $p_0 = 1{,}0 \cdot 10^5$ Pa
   b) Balonik o promieniu r_2 (czyli po nadmuchaniu zgodnie z pkt. a)) zanurzono powoli w wodzie na taką głębokość, by jego promień zmalał do $r_3 = r_1$. Ile wynosi ta głębokość? Jakie są temperatura i ciśnienie wewnątrz balonika po zanurzeniu? Zakładamy, że powłoka balonika nie przepuszcza ciepła. Początkowa temperatura wewnątrz balonika była równa T_0. Balonik przed zanurzeniem znajdował się tuż nad powierzchnią wody.
   c) Jaką pracę wykonano w trakcie zanurzania zgodnie z pkt. b)?

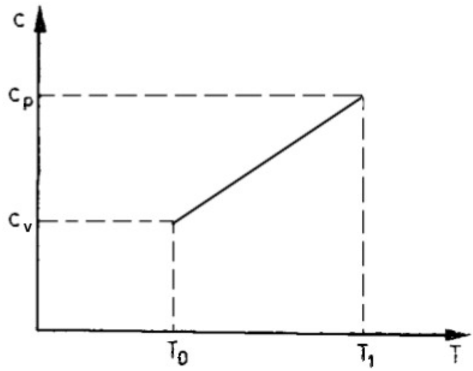
   Energia sprężysta gumy, z której jest wykonany balonik, jest równa $E_S = (½)\alpha S^2$, gdzie α jest pewną stałą, a S – powierzchnią balonika. Balonik jest na tyle mały, że również po zanurzeniu w wodzie ma kształt kuli. Przyjmij, że powietrze zachowuje się jak gaz doskonały o molowym cieple właściwym przy stałej objętości $C_V = (5/2)R$, gdzie R jest uniwersalną stałą gazową. Guma z której jest wykonany jest balonik ma zaniedbywalną masę, zaniedbywlną pojemność cieplną. Zaniedbaj również gęstość powietrza w porównaniu z gęs-tością wody $d_w = 1000$ kg/m^3. Przyśpieszenie ziemskie $g = 9{,}8$ m/s^2

2. Rozpatrz proces rozprężania jednoatomowego gazu doskonałego opisany zależnością: $pV^\alpha = \text{const}$ ($\alpha \neq 1$). Dla jakich wartości wykładnika α w powyższym procesie gaz
   a) pobiera ciepło i ogrzewa się?
   b) pobiera ciepło i ochładza się?
   c) oddaje ciepło?

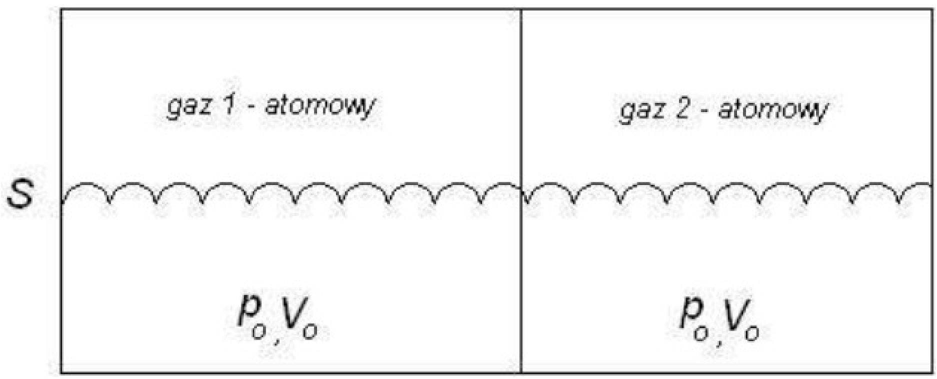
   Molowe ciepło właściwe C_V gazu nie zależy od temperatury. Dla jednoatomowych gazów doskonałych $\kappa = C_p / C_V = 5/3$.

3. Gaz doskonały o masie $m = 1$ kg i masie molowej $\mu = 0{,}025$ kg/mol poddano przemianie, w której temperatura końcowa T_1 różniły się o $\Delta T = T_1 - T_0 = 100$ K, a ciepło właściwe gazu (w tej przemianie) zmieniało się jak na wykresie. Oblicz pracę wykonaną przez gaz.

   Wielkości c_p, c_V oznaczają niezależne od temperatury ciepło właściwe gazu (na jednostkę masy) odpowiednio przy stałym ciśnieniu lub objętości.

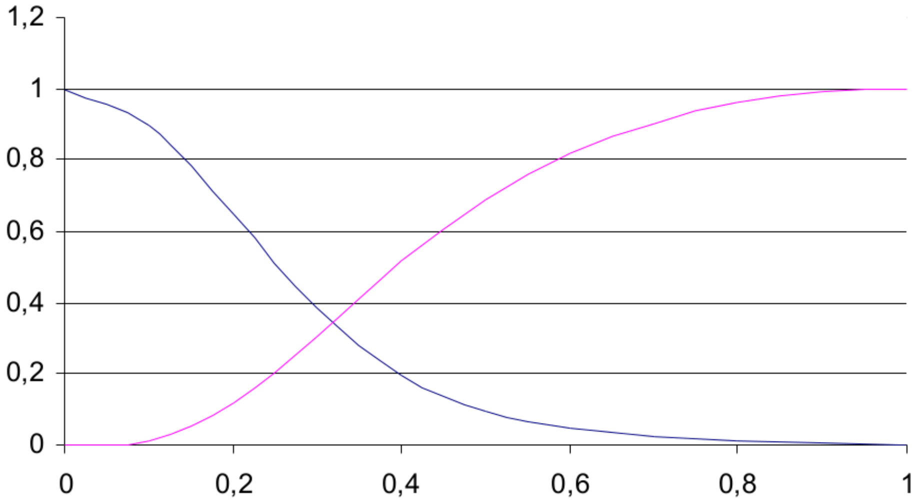


4. W środku cylindra znajduje się tłok do którego są przymocowane końce jednakowych sprężyn. Pole podstawy cylindra wynosi S, współczynnik sprężystości każdej ze sprężyn jest równy k, zaś długość nie napiętej sprężyny jest znikoma. W lewej części cylindra znajduje się gaz jednoatomowy, a w prawej – dwuatomowy.

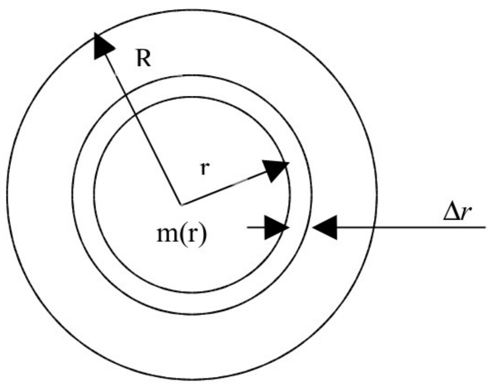


   Oba gazy mają początkowo jednakową temperaturę, zajmując jednakowe objętości V_0 i oba są pod ciśnieniem p_0. Gaz jednoatomowy może powoli przenikać przez tłok. Gaz dwu atomowy nie przenika przez tłok. Oblicz odległość o jaką przesunie się tłok podczas osiągania równowagi przez układ. Wykonaj obliczenia przy założeniu, że tłok przewodzi ciepło, a ścianki cylindra nie przewodzą ciepła oraz że nie ma tarcia między tłokiem i ściankami cylindra. Przyjmij, że pojemność cieplna tłoka, sprężyn i ścianek jest równa zero. Traktuj gazy jako doskonałe.

5. Gwiazdę podobną do naszego Słońca można uważać za kulę gorącego gazu. Temperatura i gęstość tego gazu przyjmują największe wartości w centrum gwiazdy. Zakładamy, że jedynym czynnikiem powstrzymującym gwiazdę przed zapadnięciem się pod wpływem sił grawitacji jest ciśnienie gazu (równowaga „hydrostatyczna”).
Rozważmy gwiazdę, której masa i promień wynoszą $M = 1{,}2 \cdot 10^{30}$ kg, $R = 4{,}5 \cdot 10^{8}$ m. Oznaczamy przez $\rho(r)$ gęstość gazu w odległości r od środka gwiazdy, a przez $\rho_0 = \rho(0)$ – gęstość gazu w centrum. Niech m(r) oznacza masę zawartą wewnątrz sfery o promieniu r.
Zgodnie z dobrym teoretycznym modelem otrzymuje się następujące dane (wykres, tabela):



r/R	$\rho(r)/\rho_0$	m(r)/M
0	1,000	0
0,1	0,897	0,014
0,2	0,649	0,116
0,3	0,385	0,305
0,4	0,199	0,515
0,5	0,096	0,691
0,6	0,046	0,817
0,7	0,024	0,904
0,8	0,011	0,961
0,9	0,003	0,991
1,0	0	1,000



Ryc. 2

1. Wykorzystując powyższe dane liczbowe wyznacz gęstość ρ_0 w środku gwiazdy w kg/m^3 (zastosuj rozsądne przybliżenia bez zgadywania wzoru matematycznego $\rho = \rho(r)$).

2a. Podaj przyrost ciśnienia gazu p ($p = p(r)$) pomiędzy r i $r + \Delta r$ (ryc. 2) w zależności od $m(r)$, $\rho(r)$ i stałej grawitacji G.

2b. Korzystając z wyniku otrzymanego w punkcie 2a oraz danych liczbowych wyznacz ciśnienie p_0 w Pa w centrum gwiazdy (zastosuj przybliżenia podobnie jak w punkcie 1).

3. Załóż, że mamy do czynienia z młodą gwiazdą składającą się całkowicie z wodoru, który jest w pobliżu centrum całkowicie zjonizowany. Zjonizowany wodór można traktować jako mieszaninę dwóch gazów doskonałych. Masa jednego mola protonów wynosi 1 g, a masa jednego mola elektronów wynosi w przybliżeniu 0 g. Wyznacz temperaturę T_0 w centrum gwiazdy. Stała grawitacji $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ Nm^2/kg^2$, stała gazowa $R_{gaz} = 8{,}31$ J/molK.
Uwaga! W rozważaniach możesz skorzystać z papieru milimetrowego.

6. W trzech różnych, zamkniętych naczyniach znajdowały się osobno hel, azot i metan, przy czym nie wiadomo jaki gaz był w każdym z tych naczyń. W celu zidentyfikowania gazów poddano je dwóm przemianom:
a) sprężenie adiabatyczne do ½ objętości początkowej
b) sprężenie adiabatyczne do ¼ objętości początkowej
Okazało się, że stosunki prac wykonanych nad gazami w naczyniach A i B spełniały nierówność

$$\frac{L(V_A \to \frac{1}{4}V_A)}{L(V_A \to \frac{1}{2}V_A)} > \frac{L(V_B \to \frac{1}{4}V_B)}{L(V_B \to \frac{1}{2}V_B)}$$

Zaś przyrosty temperatur w naczyniu C spełniały równość

$$\frac{\Delta T(V_C \to \frac{1}{4}V_C)}{\Delta T(V \to \frac{1}{2}V_C)} = 2.32$$

gdzie V_A, V_B, V_C oznaczają odpowiednie objętości początkowe gazów. Jaki gaz znajdował się w naczyniu B?