

# Elementy fizyki cząstek dla ucznia liceum

Joanna Bogdanowicz

17 listopada 2016

Rozwinięcie mojej pracy magisterskiej z lipca 2016, wykonanej na Wydziale Fizyki UW pod opieką dr. Piotra Nieżurawskiego. Uwagi co do dalszego rozwijania mile widziane :)

## Spis treści

|           |   |           |
|-----------|---|-----------|
| <b>1</b>  | <b>Przedmowa</b>                              | <b>2</b>  |
| <b>2</b>  | <b>Rodzaje i podstawowe własności cząstek</b> | <b>2</b>  |
| <b>3</b>  | <b>O jednostkach</b>                          | <b>7</b>  |
| <b>4</b>  | <b>Cząstki jako fale</b>                      | <b>8</b>  |
| 4.1       | Funkcje falowe . . . . .                      | 10        |
| <b>5</b>  | <b>Spin</b>                                   | <b>11</b> |
| <b>6</b>  | <b>Szczególne teoria względności</b>          | <b>13</b> |
| <b>7</b>  | <b>Oddziaływania - wymiana bozonów</b>        | <b>16</b> |
| 7.1       | Wirtualne cząstki . . . . .                   | 19        |
| <b>8</b>  | <b>Więcej o spinie</b>                        | <b>20</b> |
| <b>9</b>  | <b>Więcej o diagramach Feynmana</b>           | <b>21</b> |
| <b>10</b> | <b>Detektory i badania</b>                    | <b>23</b> |
| <b>11</b> | <b>Wiele jeszcze przed nami...</b>            | <b>24</b> |
| <b>12</b> | <b>Słowniczek</b>                             | <b>26</b> |
| <b>13</b> | <b>Odpowiedzi do ćwiczeń</b>                  | <b>28</b> |

# 1 Przedmowa

Fizyka cząstek jest dziedziną skomplikowaną. Jej dogłębne poznanie wymaga kilku lat studiów. Tutaj staram się przedstawić tylko część podstawowych zagadnień, a i tak wielokrotnie będę uciekać się do pewnych uproszczeń - koniecznych, abyś nie pogubił(a) się w natłoku nowych wiadomości. Takie fragmenty są opatrzone przypisami dolnymi wyjaśniającymi naturę uproszczenia. Przy pierwszym czytaniu może być rozsądne pomijanie niektórych przypisów, zwłaszcza jeśli jest to jedna z pierwszych publikacji dotyczących cząstek elementarnych, po jaką sięgasz.

Być może wiesz już trochę na temat cząstek elementarnych - wiele informacji z tej dziedziny możesz znaleźć w czasopismach popularnonaukowych, w internecie itp. W takim przypadku ta praca pomoże Ci uporządkować zdobytą tam wiedzę i uniknąć ewentualnych nieporozumień - mylnych interpretacji niektórych nieintuicyjnych zjawisk.

Treść jest przeplatana ćwiczeniami. Najlepiej rozwiązywać je samodzielnie jako „przerywniki” w czytaniu (nie przeskakiwać). Na końcu, po słowniczku, zamieściłam odpowiedzi, do których możesz zajrzeć w razie wątpliwości.

W tej pracy przedstawiam tylko mały wycinek bardzo rozległej dziedziny fizyki, jednak wystarczający dla nabrania ogólnego wyobrażenia o świecie cząstek elementarnych, które ułatwi zrozumienie bardziej zaawansowanych materiałów. Do dalszej lektury polecam m.in.: [1] - zapis kilku wykładów popularno-naukowych tłumaczących kwantową naturę światła i elektromagnetyzmu, nie wymaga żadnej wstępnej wiedzy; [2] - cykl przeglądowych artykułów streszczających całą obecną wiedzę o Modelu Standardowym, pełen odnośników do innych artykułów o tej tematyce; [3] - dla zaawansowanych: podręcznik akademicki, używający w niektórych wyprowadzeniach trudnego aparatu matematycznego (np. rachunku różniczkowego).

## 2 Rodzaje i podstawowe własności cząstek

### Budowa atomu

Cząstki elementarne to najmniejsze cząstki, jakie występują w przyrodzie. Wbrew nazwie, nie są to atomy<sup>1</sup>, gdyż one składają się z mniejszych części: elektronów znajdujących się wokół jądra, które z kolei składa się z protonów i neutronów, nazywanych też razem nukleonami.

W połowie XX wieku okazało się, że nukleony też mają wewnętrzną strukturę - każdy składa się z trzech kwarków. Proton i neutron mają różne ładunki elektryczne:  $+e$  i  $0$  (przez  $e$  oznaczamy ładunek elementarny - ładunek pojedynczego protonu). Możemy stąd wnioskować, że w ich skład wchodzi różne

---

<sup>1</sup>z greckiego *atomos* - niepodzielny

zestawy kwarków, o różnych ładunkach. Faktycznie, do ich budowy potrzeba dwóch rodzajów kwarków: górnego  $u$  (z ang. *up*) o ładunku  $\frac{2}{3}e$  oraz dolnego  $d$  (z ang. *down*) o ładunku  $-\frac{1}{3}e$ . Rodzaj kwarka nazywamy jego zapachem (ang. *flavour*). Nie ma to nic wspólnego z efektami węchowymi, po prostu trzeba było to jakoś nazwać. W nazwach zapachów też nie należy szukać sensu (sens jest głównie historyczny).

**Ćwiczenie 1.** Na podstawie ładunków elektrycznych ustal, ile kwarków  $u$  i  $d$  jest w protonie, a ile w neutronie.

Według obecnej wiedzy elektrony i kwarki są cząstkami punktowymi, bez wymiarów i wewnętrznej struktury - nazwano je fundamentalnymi. Z kolei cząstkami elementarnymi nazywa się wszystkie cząstki mniejsze od atomów. Zatem wszystkie cząstki fundamentalne są jednocześnie elementarne, ale np. proton jest cząstką elementarną (składnikiem jądra atomowego), nie będącą fundamentalną (ma strukturę - składa się z kwarków).

## Neutrino

Poza wymienionymi powyżej, do pełnego opisu procesów zachodzących w „zwykłej” materii (tzn. tej, która pospolicie występuje na Ziemi) potrzebna jest jeszcze jedna cząstka - neutrino. Nie wiąże się ono w atomach, ale powstaje m.in. w niektórych reakcjach jądrowych. W dalszej części tej pracy omówimy dokładniej zjawiska w których występuje neutrino, na razie skupimy się na jego klasyfikacji wśród pozostałych cząstek fundamentalnych.

## Generacje

Cząstki materii, które nie są kwarkami, czyli m.in. elektron  $e$  i neutrino  $\nu_e$  nazywamy leptonami. Mamy już zatem parę leptonów i parę kwarków. Taki zestaw czterech cząstek nazywamy generacją fermionów.

Po co ta nazwa? Okazuje się, że chociaż w otaczającej nas na co dzień materii występują praktycznie tylko cztery cząstki wymienione powyżej, to nie są to jedyne cząstki budujące wszechświat. W wyniku oddziaływania cząstek atmosfery z promieniowaniem kosmicznym, pochodzącym z gwiazd, powstają inne, cięższe cząstki. Są one również wytwarzane podczas eksperymentów na Ziemi, np. w akceleratorach. Te cząstki tworzą kolejne generacje - podobne ze względu na fundamentalne własności (np. wartości ładunku elektrycznego), ale różniące się masą.

Dotąd odkryto trzy generacje fermionów i, według obecnie uznawanych teorii oraz wyników doświadczeń, kolejnych już nie ma. Każda generacja składa się z dwóch kwarków, jednego naładowanego elektrycznie leptonu i

jednego neutrina. Nazwy, ładunki i masy<sup>2</sup> fermionów z kolejnych generacji przedstawiają tabele 1-3. W nawiasach znajdują się angielskie nazwy kwarków, od których pochodzą ich symbole.

Jako jednostkę masy we wszystkich tabelach przyjęto  $\text{GeV}/c^2$  - standardową jednostkę stosowaną w tej dziedzinie. Jest ona w przybliżeniu równa masie protonu.<sup>3</sup> W kolejnych generacjach cząstki są coraz masywniejsze.

| typ    | symbol  | nazwa                       | ładunek [e] | masa [ $\text{GeV}/c^2$ ] |
|--------|---------|-----------------------------|-------------|---------------------------|
| kwark  | $u$     | kwark górny ( <i>up</i> )   | $2/3$       | 0,0017 - 0,0031           |
| kwark  | $d$     | kwark dolny ( <i>down</i> ) | $-1/3$      | 0,0041 - 0,0057           |
| lepton | $\nu_e$ | neutrino elektronowe        | 0           | $< 2 \cdot 10^{-9}$       |
| lepton | $e^-$   | elektron                    | -1          | 0,000511                  |

Tablica 1: Pierwsza generacja fermionów.

| typ    | symbol    | nazwa                           | ładunek [e] | masa [ $\text{GeV}/c^2$ ] |
|--------|-----------|---------------------------------|-------------|---------------------------|
| kwark  | $c$       | kwark powabny ( <i>charm</i> )  | $2/3$       | 1,180 - 1,340             |
| kwark  | $s$       | kwark dziwny ( <i>strange</i> ) | $-1/3$      | 0,08 - 0,13               |
| lepton | $\nu_\mu$ | neutrino mionowe                | 0           | $< 1,9 \cdot 10^{-7}$     |
| lepton | $\mu^-$   | mion                            | -1          | 0,106                     |

Tablica 2: Druga generacja fermionów.

| typ    | symbol     | nazwa                                 | ładunek [e] | masa [ $\text{GeV}/c^2$ ] |
|--------|------------|---------------------------------------|-------------|---------------------------|
| kwark  | $t$        | kwark prawdziwy ( <i>truth/top</i> )  | $2/3$       | 174,4 - 177,4             |
| kwark  | $b$        | kwark piękny ( <i>beauty/bottom</i> ) | $-1/3$      | 4,2                       |
| lepton | $\nu_\tau$ | neutrino taonowe                      | 0           | $< 1,82 \cdot 10^{-5}$    |
| lepton | $\tau^-$   | taon                                  | -1          | 1,777                     |

Tablica 3: Trzecia generacja fermionów.

<sup>2</sup>W przypadku masy kwarków podano przedziały o dość dużej rozpiętości. Nie jest to kwestia wyłącznie dokładności przyrządów pomiarowych, ale też samej natury kwarków. Są one obserwowane jedynie w stanach związanych (np. w protonie), co uniemożliwia „zważenie” pojedynczego kwarka. Możemy tylko obliczać masy pasujące w ramach naszego modelu do zmierzonych mas cząstek zbudowanych z kwarków.

<sup>3</sup>Uważny czytelnik zauważy, że masy kwarków, z których składa się proton dają w sumie o wiele mniej niż masę protonu. Skąd bierze się brakująca masa? Oprócz trzech kwarków będących głównymi składnikami nukleonu, jest w nim wiele cząstek odpowiedzialnych za zwiążanie go w całość. Cząstki te co chwilę pojawiają się i znikają, więc trudno powiedzieć, ile ich jest, ale niewątpliwie ich masy i energie „dokładają się” do masy nukleonów.

## Bozony

Innym rodzajem cząstek elementarnych są tzw. bozony pośredniczące. Przykładem takiego bozonu jest foton. Jest to cząstka (kwant) światła. Jak wiadomo, światło ma naturę dualną - niektóre zjawiska dają się wytłumaczyć jedynie założeniem, że istnieją „porcje” światła, a inne traktując światło jako falę elektromagnetyczną. Nie powinno zatem dziwić, że foton jest bozonem związanym z polem elektromagnetycznym.

Oddziaływania makroskopowe, dotyczące dużych obiektów, takie jak lepkość, tarcie, napięcie powierzchniowe, sprowadzają się w skali mikroskopowej do oddziaływań elektromagnetycznych między atomami, z których składają się te obiekty. Ze wszystkich makroskopowych rodzajów oddziaływań nie dotyczy to jedynie grawitacji - jest ona osobnym oddziaływaniem.

W świecie mikroskopowym są jeszcze dwa kolejne rodzaje oddziaływań - jedno odpowiada za trzymanie w całości m.in. jąder atomowych, zaś drugie za niektóre przemiany jednych cząstek w inne. Ze względu na typowe skale energii te kwantowe oddziaływania nazwano odpowiednio silnymi i słabymi. Tabela 4 pokazuje względne wartości sił, z jakimi oddziałują między sobą za pomocą różnych rodzajów oddziaływań dwa protony w jądrze atomowym.

| oddziaływanie      | siła (względna) |
|--------------------|-----------------|
| silne              | 1               |
| elektromagnetyczne | $10^{-2}$       |
| słabe              | $10^{-7}$       |
| grawitacyjne       | $10^{-39}$      |

Tablica 4: Porównanie wielkości różnych rodzajów sił między dwoma protonami.

Każdemu z mikroskopowych rodzajów oddziaływań odpowiada bozon lub zestaw bozonów pośredniczących. Ich masy, ładunki elektryczne i nazwy przedstawia tabela 5. Sposób, w jaki bozony odpowiadają za swoje oddziaływania omówimy później.

| bozony         | ładunek [ $e$ ] | masa [ $\text{GeV}/c^2$ ] | oddziaływania      |
|----------------|-----------------|---------------------------|--------------------|
| gluon $g$      | 0               | 0                         | silne              |
| foton $\gamma$ | 0               | 0                         | elektromagnetyczne |
| $W^+$ i $W^-$  | $\pm 1$         | 80                        | słabe              |
| $Z$            | 0               | 91                        | słabe              |
| grawiton       | 0?              | ?                         | grawitacyjne       |

Tablica 5: Bozony pośredniczące i oddziaływania z nimi związane. Grawiton jest cząstką hipotetyczną, nie odkrytą.

W przypadku grawitacji nie ma danych doświadczalnych potwierdzających istnienie odpowiednich bozonów, dlatego istnieją też teorie tłumaczące to oddziaływanie w inny sposób<sup>4</sup>, a teorii zakładających istnienie grawitonów jest wiele. Ze względu na bardzo małe typowe siły grawitacyjne działające między cząstkami badania nad mikroskopowym mechanizmem tych oddziaływań są bardzo trudne. Wciąż nie udało się ustalić jednego dobrego modelu opisującego grawitację wraz z pozostałymi trzema oddziaływaniami. Z tego powodu nie będziemy dalej jej tu omawiać.

Zwróć uwagę, że foton, mimo bycia nośnikiem oddziaływania elektromagnetycznego, sam nie posiada ładunku elektrycznego. Ogólnie bozony pośredniczące w oddziaływaniach nie muszą<sup>5</sup> mieć niezerowego ładunku związanego z danym rodzajem oddziaływania.

## Antycząstki

Każda z wymienionych cząstek fundamentalnych ma odpowiadającą sobie antycząstkę. Jest to cząstka o takiej samej masie, ale przeciwnym ładunku elektrycznym<sup>6</sup>. Każdą antycząstkę oznacza się symbolem odpowiadającej jej cząstki ze zmienionym znakiem określającym ładunek elektryczny lub z kreską na górze. Przykładowo, pozyton (antyelektron) oznacza się przez  $e^+$ , zaś antyneutrino elektronowe przez  $\bar{\nu}_e$ . Z elementarnych antycząstek mogą powstawać bardziej złożone twory, np. antyproton, złożony z odpowiednich antykwarków. W niektórych przypadkach - np. bozonu  $Z$  - cząstka może być sama swoją antycząstką.

**Ćwiczenie 2.** Jakie wartości ładunku elektrycznego może mieć cząstka, która jest sama swoją antycząstką?

**Ćwiczenie 3.** Czy neutron jest sam swoją antycząstką?

## Model Standardowy

Cały świat cząstek elementarnych opisuje Model Standardowy<sup>7</sup>. Jest to kompletny zbiór zasad, jakim podlegają fundamentalne fermiony i bozony, oddziałując ze sobą. W dalszej części postaram się przybliżyć część tych zasad na tyle, na ile można bez zagłębiania się w skomplikowane matematyczne aspekty Modelu.

---

<sup>4</sup> np. ogólna teoria względności.

<sup>5</sup> Nie muszą, ale mogą - np. gluony mają określone własne kolory (ładunki oddziaływania silnego), wpływające na ich oddziaływanie z różnymi kolorami kwarków.

<sup>6</sup> oraz innych liczbach, które opisują cząstki, o których będzie mowa dalej.

<sup>7</sup> Wciąż istnieją zjawiska, które nie są dobrze wyjaśnione (np. ciemna materia) i trwają badania nad rozszerzeniem Modelu Standardowego. Jednak nie ma wątpliwości, że zjawiska „już uwzględnione” są opisywane z bardzo dużą zgodnością z doświadczeniem, a rozszerzenia będą jedynie uzupełnieniem Modelu o dodatkowe zjawiska.

### 3 O jednostkach

Ze względu na skalę wielkości oraz chęć uproszczenia wzorów, w fizyce cząstek często stosuje się specyficzny układ jednostek. Gdyby używać tu jednostek SI, trzeba by operować na bardzo małych liczbach - przykładowe wielkości przedstawia tabela 6.

| Cząstka  | masa [kg]             | ładunek [C]           |
|----------|-----------------------|-----------------------|
| proton   | $1,67 \cdot 10^{-27}$ | $1,6 \cdot 10^{-19}$  |
| elektron | $9,1 \cdot 10^{-31}$  | $-1,6 \cdot 10^{-19}$ |

Tablica 6: Masy i ładunki elektryczne protonu oraz elektronu wyrażone w jednostkach SI.

Dlatego w publikacjach dotyczących cząstek elementarnych często stosuje się specjalny układ jednostek, zbliżonych rzędem wielkości do wartości charakterystycznych dla cząstek, np. jednostka ładunku elektrycznego to ładunek protonu  $e$ .

Podstawową stosowaną tu jednostką energii jest  $\text{GeV} = 10^9 \cdot e \cdot 1 \text{ V} = 1,602 \cdot 10^{-10} \text{ J}$ .

Jako jednostki masy używa się jednostki pochodnej:  $\text{GeV}/c^2$ . Jest ona wygodna, bo jest tylko trochę większa od masy protonu.

**Ćwiczenie 4.** Oblicz masę protonu w  $\text{GeV}/c^2$ .

W przypadku lekkich cząstek stosuje się odpowiednie mniejsze jednostki masy:  $\text{MeV}/c^2$  i  $\text{keV}/c^2$ , równe odpowiednio  $10^{-3}$  i  $10^{-6}$   $\text{GeV}/c^2$ . Tabela 7 przedstawia masy niektórych cząstek w tych jednostkach.

| Cząstka  | masa                    | ładunek [ $e$ ] |
|----------|-------------------------|-----------------|
| proton   | $0,938 \text{ GeV}/c^2$ | 1               |
| elektron | $0,511 \text{ MeV}/c^2$ | -1              |

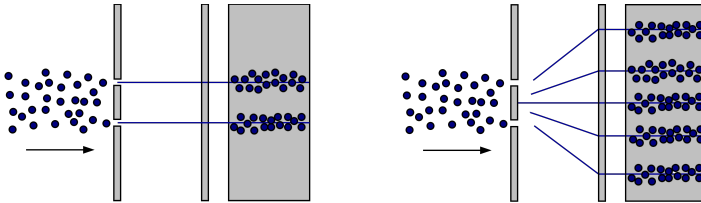
Tablica 7: Masy i ładunki elektryczne protonu oraz elektronu wyrażone w jednostkach zwyczajowo stosowanych w fizyce cząstek elementarnych.

Często w publikacjach specjalistycznych stosuje się jeszcze więcej modyfikacji układu jednostek: skrótowo pomija się czynnik  $c^2$ , przyjmując jednocześnie prędkość światła  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  za jednostkę prędkości, podobnie też dzieje się ze stałą Plancka  $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$  oraz ładunkiem protonu  $e$ . Wszystko to dla uproszczenia wzorów.

Tutaj przyjmujemy jedynie część tej notacji. W charakterze jednostek masy i ładunku elektrycznego będziemy stosować  $\text{GeV}/c^2$  oraz  $e$ , ale nie będziemy w zapisie pomijać stałych, aby widzieć, jaki jest wymiar obliczanych wielkości.

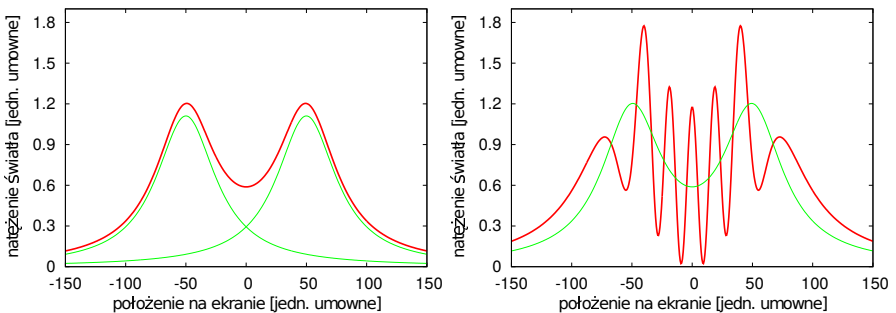
## 4 Cząstki jako fale

Na początek przyjrzyjmy się światłu. Jak już wspominałam, ma ono naturę falowo-korpusku-larną, czyli podlega zjawiskom falowym (np. interferencji i dyfrakcji), a jednocześnie składa się z określonych „porcji” - fotonów, kwantów światła (dzięki czemu zachodzi np. efekt fotoelektryczny). Można zatem powiedzieć, że cząstki światła - fotony - jednocześnie są falą elektromagnetyczną, czyli zaburzeniem pola elektromagnetycznego. Aby dokładniej zrozumieć, jak to działa, przeanalizujemy doświadczenie Younga (rys. 1).



Rysunek 1: Schemat przebiegu doświadczenia Younga. Strumień fotonów, symbolicznie oznaczonych kółkami, jest skierowany na układ dwóch szczelin. Po przejściu przez szczeliny światło trafia na ekran, tworząc obraz. Po lewej hipotetyczny efekt doświadczenia przy założeniu korpuskularnej natury światła, po prawej - rzeczywisty wynik, związany z naturą falową.

Strumień fotonów jest skierowany na układ dwóch szczelin. Założymy na początek, że fotony to zwykłe cząstki. Spodziewamy się, że każdy foton przejdzie przez jedną bądź drugą szczelinę, a więc uzyskamy na ekranie dwa oświetlone prążki. To założenie jednak nie jest prawdziwe - fotony podlegają interferencji. Przez to powstaje bardziej złożony obraz (rys. 2).



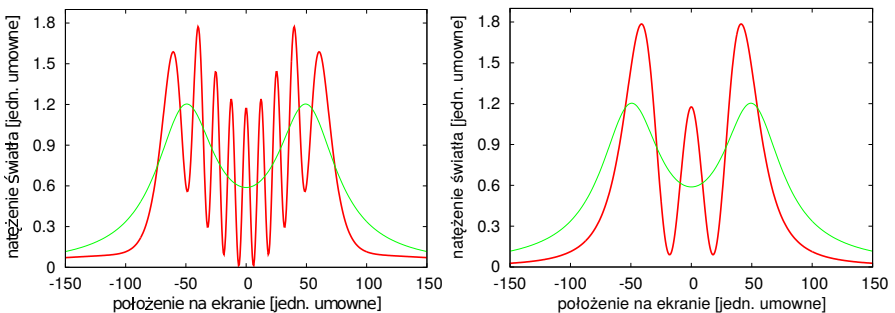
Rysunek 2: Natężenie światła na ekranie w doświadczeniu Younga. Po lewej obraz, który powstałby, gdyby fotony nie interferowały, a po prawej obraz interferencyjny - faktycznie powstający. [5]



Dzieje się tak również wtedy, gdy zamiast strumienia puścimy przez układ szczelin pojedynczą cząstkę. Nawet pojedynczy foton zachowa się jak fala i będzie interferował sam ze sobą! Wtedy obraz interferencyjny powstanie po wielokrotnym powtórzeniu takiego jednofotonowego eksperymentu.

Okazuje się, że podobnie jest z wszystkimi cząstkami fundamentalnymi. Przykładowo elektron, najwcześniej odkryta z cząstek obecnie uznawanych za fundamentalne, również w pewnych sytuacjach zachowuje się jak fala, będąca zaburzeniem specjalnego pola<sup>8</sup>. Gdybyśmy przeprowadzili doświadczenie Younga, zamiast wiązki światła puszczając strumień elektronów, a zamiast zwykłego ekranu stosując coś, co świeci w kontakcie z elektronami, otrzymalibyśmy prążki, zupełnie jak w oryginalnym doświadczeniu.

Dzieje się tak dlatego, że w świecie cząstek fundamentalnych wszystko jest w pewnym sensie jednocześnie falą i cząstką. Zgodnie z hipotezą de Broglie'a, każda cząstka o pędzie  $p$  zachowuje się jak fala o długości  $\lambda = \frac{h}{p}$ . Zatem im większy pęd elektronów w doświadczeniu Younga, tym krótsza fala im odpowiadająca, a więc więcej prążków w obrazie interferencyjnym (rys. 3).



Rysunek 3: Natężenie światła na ekranie w doświadczeniu Younga. Obraz po lewej powstaje przy trzykrotnie większym pędzie cząstek niż obraz po prawej. Większa gęstość prążków wynika ze wzoru wiążącego odległość między szczelinami  $d$ , długość fali  $\lambda$  i położenia (kąąt  $\alpha$  ugięcia pomieni prowadzących do kolejnych prążków) kolejnych prążków:  $d \sin \alpha = n\lambda$ .

**Ćwiczenie 5.** Sprawdź, czy długość  $\lambda$  fali de Broglie'a dla fotonu o pędzie  $p = \frac{h\nu}{c}$  jest taka sama, jak długość fali elektromagnetycznej odpowiadającej takiemu fotonowi.

Wskazówka: Zależność długości fali świetlnej  $\lambda$  i jej częstotliwości  $\nu$  opisuje wzór:  $\lambda = \frac{c}{\nu}$ .

<sup>8</sup>Takie pole, związane z fermionem (np. elektronem), ma trochę inną naturę niż pole związane z oddziaływaniem (np. elektromagnetycznym) i nazywa się polem fermionowym.

Aby pogodzić dwa zupełnie różne - korpuskularny i falowy - sposoby opisu różnych zjawisk, w mechanice kwantowej opisujemy cząstki za pomocą funkcji falowej  $\psi(x, t)$ . To dzięki takiemu podejściu możemy opisać np. interferencję elektronu z samym sobą. W dużym uproszczeniu można powiedzieć, że wartości<sup>9</sup> takiej funkcji w różnych punktach przestrzeni określają prawdopodobieństwo, że daną cząstkę znajdziemy w danym miejscu. W zasadzie dopóki nie sprawdzimy (np. dokonując pomiaru za pomocą detektora cząstek), cząstka nie znajduje się w żadnym konkretnym miejscu, ale „po trochę” w każdym miejscu, gdzie jej funkcja falowa ma niezerową wartość. W tym przypadku pomiar dosłownie ingeruje w badany obiekt - po nim cząstka ma już dokładniej ustalone położenie.

W skali makro ta nieokreśloność położenia nie ma znaczenia, ponieważ zwykle prawdopodobieństwo znalezienia cząstki w małym obszarze jest bardzo duże. Np. dla elektronu w atomie wodoru w każdej chwili prawdopodobieństwo znalezienia go w odległości 1 nm od jądra jest bliskie 100%. Kiedy, w sensie klasycznym, elektron porusza się, to jego funkcja falowa zmienia się w czasie tak, że przesuwa się położenie obszaru o dużym prawdopodobieństwie zarejestrowania elektronu.

Funkcje falowe podlegają dyfrakcji i interferencji podobnie jak zwykłe fale, dzięki czemu jest możliwa interferencja pojedynczego elektronu z samym sobą.

**Ćwiczenie 6.** Oblicz długość fali de Broglie’a dla elektronu poruszającego się z prędkością 1 m/s.

**Ćwiczenie 7.** Wyznacz odległość między prążkami powstającymi na ekranie ustawionym 1 m od szczelin w doświadczeniu Younga polegającym na przepuszczeniu elektronów z poprzedniego ćwiczenia przez szczeliny oddalone od siebie o 1 mm.

## 4.1 Funkcje falowe

Powyższy opis funkcji  $\psi(x, t)$  był mocno uproszczony. Do opisu różnych obiektów nie wystarczy jedynie znajomość ich położenia, trzeba znać też inne parametry. W przypadku człowieka, możemy opisać jego stan, podając oprócz jego położenia w przestrzeni również np. prędkość lub temperaturę ciała, albo stwierdzając, czy w danym momencie śpi.

W świecie cząstek pełen zestaw parametrów opisujących daną cząstkę nazywamy jej *stanem kwantowym*. Dlatego  $x$  pojawiający się w nawiasie przy funkcji falowej bywa interpretowany nie tylko jako położenie, ale też jako cały stan kwantowy - a więc funkcja  $\psi(x, t)$  opisuje prawdopodobieństwo, że cząstka w chwili  $t$  jest w stanie kwantowym  $x$ . Stan kwantowy cząstki zawiera jej położenie, pęd, energię, spin, orbitalny moment pędu itd.

---

<sup>9</sup>a dokładniej, to jej kwadrat

## 5 Spin

Wśród wielu parametrów i wielkości, które opisują każdą cząstkę, spin jest w pewnym sensie szczególnie ważny, a jednocześnie trudno jednoznacznie opisać, na czym polega jego natura. W tym rozdziale przyjrzymy się mu, żeby mieć jakieś wyobrażenie, czym on jest. Na początek wyobraźmy go sobie jako strzałkę (wielkość wektorową) na stałe „przyczepioną” do każdej cząstki i zobaczmy, kiedy jego wartość ma znaczenie.

Jak być może wiesz z lekcji chemii, spin elektronów wpływa na ich rozmieszczenie na orbitalach wokół jądra atomowego. Mianowicie na każdym orbitalu mogą być tylko dwa elektrony i muszą one mieć różne spiny. Odpowiada za to zakaz Pauliego, który mówi, że żadne dwa elektrony nie mogą być w identycznych stanach kwantowych - czyli mieć równych wszystkich opisujących je wielkości. Aby być na danym orbitalu, elektron musi mieć konkretne, charakterystyczne dla niego wartości momentu pędu, energii itp., a więc od innego elektronu na tym samym orbitalu może różnić się jedynie wielkościami nie związanymi z jego ruchem i położeniem wokół jądra. Taką wielkością jest właśnie spin.

Zakaz Pauliego nie dotyczy tylko elektronów, ale także wszystkich pozostałych fermionów. I tutaj znowu ma znaczenie spin, ponieważ to, czy cząstkę (niekoniecznie fundamentalną) nazwiemy fermionem czy bozonem, zależy od jej spinu - tym razem od „długości strzałki”<sup>10</sup>.

Spin cząstek fundamentalnych jest zawsze wielokrotnością stałej  $\frac{\hbar}{2}$ . W przypadku fermionów jest to wielokrotność nieparzysta  $(2n + 1)\frac{\hbar}{2} = (n + \frac{1}{2})\hbar$ , a dla bozonów - parzysta  $2n\frac{\hbar}{2} = n\hbar$ . W skrócie mówi się, że fermiony mają spin półkowy, a bozony - całkowity.

Wszystkie fundamentalne cząstki materii są fermionami o spinie  $\frac{\hbar}{2}$ , a bozony odpowiedzialne za oddziaływania elektromagnetyczne, silne i słabe mają spin  $\hbar$ . Bozon Higgsa jest cząstką o zerowym spinie.<sup>11</sup>

Stała  $\hbar$  to tzw. kreślona stała Plancka,  $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34}$  Js, wprowadzona przez fizyków dla uproszczenia zapisu. Czasami stosuje się skrócony zapis, w którym pomija się  $\hbar$ , pisząc np. że elektron ma spin  $\frac{1}{2}$ .

**Ćwiczenie 8.** Wykaż, że stała  $\frac{\hbar}{2}$  ma taki sam wymiar (wyraża się w tych samych jednostkach) jak moment pędu.

Zgodność jednostek i fakt bycia wektorem<sup>12</sup> to nie koniec podobieństw spinu i klasycznego momentu pędu. W przypadku układów złożonych spin i klasyczny moment pędu sumują się praktycznie równoważnie, dając np. spin

<sup>10</sup>Ma to związek z własnościami funkcji falowej  $\psi$  cząstek o danym spinie. Przyjrzymy się im dokładniej w dalszej części pracy.

<sup>11</sup>W teoriach kwantowej grawitacji przyjmuje się, że grawiton ma spin 2.

<sup>12</sup>Tak naprawdę tzw. pseudowektorem, który przy niektórych transformacjach zachowuje się inaczej niż zwykły wektor.

jądra atomowego. Możemy zatem zacząć myśleć o spinie jako o „wrodzonym”, własnym momencie pędu cząstki fundamentalnej.

Z racji na kwantową naturę cząstek, zwykle nie rozpatruje się spinu jako zwykłego wektora, tylko podaje się jego wartość i zwrot jego rzutu na kierunek poruszania się cząstki. W zależności od tego zwrotu - zgodnego lub przeciwnego do zwrotu prędkości cząstki - mówimy, że cząstka jest *prawo-* lub *lewoskrętna*.

Jeśli na chwilę zapomnimy, że cząstki są punktowe, bez wewnętrznej struktury, możemy wyobrazić je sobie jako wiecznie wirujące bączki, które niezależnie od okoliczności cały czas kręcą się wokół własnej osi ze stałą, charakterystyczną dla danego rodzaju cząstki prędkością.

Niestety taki obraz nie jest do końca prawdziwy. Po pierwsze, przyjmuje się, że cząstki są punktowe, a więc nie można określić ich momentu bezwładności ani momentu pędu w klasyczny sposób. Po drugie, jeśli nawet założymy, że nie są one dosłownie punktowe, a po prostu bardzo małe, dojdziemy do sprzeczności.

W tym celu obliczmy minimalny promień  $R_e$ , jaki musiałby mieć elektron, aby miał moment pędu  $l_e = \frac{\hbar}{2}$ , a jednocześnie jego brzeg w swoim ruchu wirowym nie przekraczał prędkości światła  $c$ .

Moment bezwładności  $I_e = Am_e R_e^2$ , gdzie  $A$  jest współczynnikiem zależnym od kształtu naszego niepunktowego elektronu i  $0 < A < 1$ . Wyznamy promień elektronu korzystając ze wzoru na moment pędu:

$$l_e = I_e \cdot \omega = Am_e R_e^2 \cdot \frac{v}{R_e} = Am_e R_e v$$

Podstawmy teraz  $v = c$  oraz  $l_e = \frac{\hbar}{2}$ :

$$\frac{\hbar}{2} = Am_e R_e c$$

$$R_e = \frac{\hbar}{2Am_e c}$$

Ponieważ szukamy minimalnego promienia, przyjmijmy  $A = 1$ . Otrzymujemy wtedy:

$$R_e = \frac{\hbar}{2m_e c} = \frac{1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 1,9 \cdot 10^{-13} \text{ m}.$$

Otrzymany wynik przekracza znacznie rozmiar jąder atomowych (rzędu  $10^{-15}$  m), a z danych doświadczalnych wiadomo, że elektrony są znacznie mniejsze od protonów (pomijając już to, że teoria wymaga, aby były punktowe). W takim razie interpretacja spinu jako faktycznego wirowania cząstki nie jest dobra. Nie zmienia to faktu, że w wielu sytuacjach spin praktycznie zachowuje się jak moment pędu „wrośnięty” w cząstkę.

Czym zatem tak na prawdę jest spin? Kolejnym kwantowym zjawiskiem, które wymyka się naszej intuicji - bardzo często można go traktować na równi z momentem pędu, ale nie jest to moment pędu, jaki znamy z klasycznej fizyki. Do pełnego opisu spinu potrzebna jest znajomość mechaniki kwantowej, która znacznie wykracza poza zakres tej pracy.

## 6 Szczególna teoria względności

Cząstki elementarne często poruszają się z bardzo dużymi prędkościami, bliskimi prędkości światła. Są to tzw. prędkości *relatywistyczne*. Przy takich prędkościach różne wielkości związane z ruchem - np. pęd i energia - podlegają trochę innym zasadom, niż w klasycznej kinematyce. Zasady te opisuje szczególna teoria względności (STW). Tutaj przedstawię w skrócie tylko jej podstawowe założenia i wzory, niezbędne do zrozumienia dalszej części tej pracy. Zainteresowanych dokładniejszym zgłębianiem tej teorii zachęcam do przeczytania [6].

Ponad 100 lat temu odkryto, że prędkość światła nie jest nieskończona (zmierzone, że  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s), a w dodatku jest stała w każdym układzie odniesienia. Oznaczało to, że dotychczasowa zasada względności ruchu - zasada Galileusza, mówiąca o zwykłym dodawaniu prędkości względnej przy przechodzeniu pomiędzy układami odniesienia - nie jest poprawna przy prędkościach bliskich  $c$ .

Nie opisuje ona poprawnie np. następującej sytuacji: rower jedzie z prędkością  $v$ , świecąc prosto przed siebie lampką. Fotony poruszają się z prędkością  $c$  względem roweru. Z jaką prędkością  $v'$  poruszają się fotony względem obserwatora stojącego przy drodze? Jeśli zastosujemy zasadę względności Galileusza, otrzymamy  $v' = v + c \neq c$ . Jest to sprzeczne z faktem, że prędkość światła ma nie zależeć od obserwatora. Co gorsza, fotony z tylnej lampki według takiego naiwnego podejścia poruszałyby się z jeszcze inną prędkością:  $v'' = c - v$ .

W powyższym przypadku niezgodności są bardzo małe, bo rower porusza się z prędkością o wiele mniejszą niż światło. Dzięki temu możemy w większości sytuacji z życia codziennego stosować proste dodawanie prędkości. W przypadku cząstek poruszających się z prędkościami relatywistycznymi niezgodność wynikająca ze stosowania galileuszowej metody zmiany układu odniesienia jest o wiele większa. Konieczne było wymyślenie lepszych transformacji - wzorów mówiących jak przeliczyć prędkości, energie itp. przy przejściu pomiędzy różnymi układami odniesienia.

Drugim - obok stałości prędkości światła - głównym założeniem STW jest to, że nie istnieje żaden wyróżniony układ odniesienia, ważniejszy od pozostałych. Transformacja między dowolnymi dwoma układami ma zależeć wyłącznie od ich względnej prędkości.<sup>13</sup>

---

<sup>13</sup>Mówimy tu cały czas wyłącznie o układach inercjalnych, czyli poruszających się ruchem

Oznaczmy przez  $V$  prędkość układu odniesienia  $O'$  względem układu  $O$  oraz przyjmijmy, że porusza się on wzdłuż osi  $x$  układu współrzędnych. Przez  $x, y, z, t, v_x, v_y, v_z$  będziemy oznaczać współrzędne położenia, czas i składowe prędkości w układzie  $O$ , zaś ich odpowiedniki w układzie  $O'$  oznaczamy odpowiednio  $x', y', z', t'$  itd. Transformacjami spełniającymi założenia STW są poniższe wzory:

$$t' = \frac{t - Vx/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

$$y' = y, z' = z$$

Jak widać, w STW transformuje się nie tylko położenie ciała, ale i czas. Jakkolwiek jest to sprzeczne z ludzką intuicją, doświadczenia to potwierdzają. Przykładem takiego potwierdzenia jest sytuacja opisana w poniższym ćwiczeniu.

**Ćwiczenie 9.** Miony, powstające w atmosferze w wyniku oddziaływania z promieniowaniem kosmicznym, poruszają się z prędkościami relatywistycznymi i po krótkim czasie ulegają rozpadowi na inne cząstki. Rozważmy przypadek mionu poruszającego się z prędkością  $v = 0,99c$ , który, licząc w jego własnym układzie odniesienia, rozpadł się po czasie  $t' = 2 \cdot 10^{-6}$  s (jest to średni czas życia mionu). Oblicz, jaką drogę - z punktu widzenia obserwatorów spoczywających względem Ziemi - mion przebył w atmosferze.

Na podstawie wzorów na położenie i czas można wyznaczyć transformacje prędkości:

$$v'_x = \frac{v_x - V}{1 - v_x V/c^2}$$

$$v'_y = \frac{v_y \sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - v_x V/c^2}$$

$$v'_z = \frac{v_z \sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - v_x V/c^2}$$

W przypadku  $V$  oraz  $v$  znacznie mniejszych od prędkości światła ( $V \ll c, v \ll c$ ) zarówno pierwiastki, jak i mianowniki ułamków w powyższych wzorach są bardzo bliskie 1, dzięki czemu te wzory dają bardzo podobne wyniki do wzorów klasycznych.

\_\_\_\_\_  
jedenstajnym prostoliniowym. W przypadku układów przyspieszających względem siebie wszystko staje się bardziej skomplikowane (jest to również opisane w [6]).

**Ćwiczenie 10.** Wyprowadź powyższe transformacje prędkości podstawiając  $v'_x = x'/t'$  itd.

Dalszą konsekwencją powyższych „nowych” wzorów transformacyjnych są nowe wzory na energię i pęd. Przez  $v$  oznaczamy wartość prędkości (długość wektora  $\vec{v}$ ), zaś  $m$  to masa cząstki.

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Z powyższych wzorów można łatwo wyprowadzić ważne w opisie zderzeń cząstek równanie:

$$E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$$

Zobaczymy, czy wzory na energię i pęd dla małych prędkości są zgodne ze swoimi klasycznymi odpowiednikami. Oznaczmy w tym celu  $v/c = u$ . Przyjmijmy założenie, że  $u$  jest bardzo małe.

Ogólnie, gdy  $u$  jest pewną liczbą bliską zeru, można stosować następujące przybliżenie (możesz sprawdzić jego dokładność dla różnych wartości  $u$  np. na kalkulatorze):

$$\frac{1}{\sqrt{1 - u^2}} \approx 1 + \frac{u^2}{2}$$

Stosując je do wzorów na energię i pęd otrzymujemy:

$$p = \frac{mcu}{\sqrt{1 - u^2}} \approx mcu\left(1 + \frac{u^2}{2}\right) = mcu + \frac{mcu^3}{2} \approx mv$$

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - u^2}} \approx mc^2\left(1 + \frac{u^2}{2}\right) = mc^2 + \frac{mv^2}{2}$$

Zatem wzór na pęd jest zgodny z klasycznym, a w przypadku energii dopiero drugi, mniejszy człon wyrażenia jest znanym ze szkoły wzorem na energię kinetyczną. Czym jest pierwszy człon, równy  $mc^2$ ? Jest to tzw. energia spoczynkowa - ciało posiada tę energię, nawet gdy spoczywa, czyli dla  $v = 0$ . W klasycznej fizyce ten człon nie jest istotny, ponieważ nie zależy od prędkości ciała, a więc nic nie wnosi np. do rozważań o zderzeniu rozprędzonych pojazdów.

W świecie cząstek elementarnych sprawy znów się komplikują - cząstki mogą zniknąć i pojawiać się, przez co zmieniają się wartości energii spoczynkowych ciał biorących udział w takich zdarzeniach. W związku z tym, rozpatrując zasadę zachowania energii, trzeba uwzględnić energię spoczynkową. Najlepiej stosować przy tym relatywistyczne wzory na energię i pęd.

**Ćwiczenie 11.** Rozpatrzmy następujące zdarzenie: elektron  $e^-$ , oraz pozyton  $e^+$  (jego antycząstka), lecą z przeciwnie skierowanymi, równymi co do wartości prędkościami. Zderzają się i anihilują (znikają). Po chwili<sup>14</sup> w ich miejscu powstaje para mion-antymion  $\mu^- \bar{\mu}^+$ . Jaką minimalną prędkość  $v$  musiały mieć elektron i pozyton przed zderzeniem, żeby mogło to nastąpić (żeby wystarczyło energii na stworzenie cięższych od nich mionów)?

Związana z masą spoczynkową równoważność masy i energii  $E_0 = mc^2$  jest też przyczyną brakującej masy wynikającej z energii wiązań jądrowych.

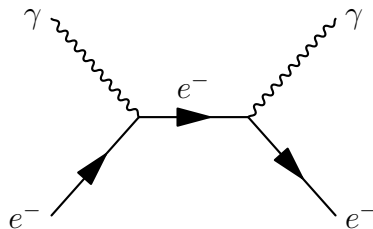
## 7 Oddziaływania - wymiana bozonów

Procesy, w których oddziałują między sobą cząstki elementarne, można ilustrować za pomocą tzw. diagramów Feynmana. Są to praktycznie wykresy położenia cząstek w czasie, przy czym czas biegnie od lewej do prawej, a przestrzeń rozciąga się wzdłuż osi pionowej.

Tak jak na zwykłym wykresie, każda cząstka jest reprezentowana przez linię. Miejsca spotkań różnych linii oznaczają oddziaływania między cząstkami. Może przy tym np. powstać nowa cząstka - wtedy linie rozgałęziają się. Różne rodzaje cząstek oznacza się zwyczajowo różnymi rodzajami linii: fermiony zwykłą linią, zaś bozony pośredniczące linia falowaną.<sup>15</sup>

### Przykład: efekt Comptona

Przyjrzyjmy się teraz diagramowi Feynmana na przykładzie jednego z najprostszych procesów ze świata cząstek elementarnych - efektu Comptona.



Na początku mamy elektron i foton, zbliżające się do siebie. Następnie elektron pochłania foton (lewy wierzchołek) i przez pewien czas istnieje tylko elektron. Po chwili (prawy wierzchołek) elektron wypromieniowuje foton i cząstki oddalają się od siebie.

<sup>14</sup>W międzyczasie powstaje i znika tzw. wirtualny foton, ale nie będziemy w tym ćwiczeniu go rozważać.

<sup>15</sup>Cząstki o spinie 0, których nie będę tutaj omawiać, oznacza się linią przerywaną.



Każdy wierzchołek oznacza reakcję między cząstkami, które do niego wchodzi, w której powstają cząstki o innych parametrach - pędzie, energii itd. Muszą jednak być spełnione różne zasady zachowania: m.in. łącznej energii, pędu czy ładunku.

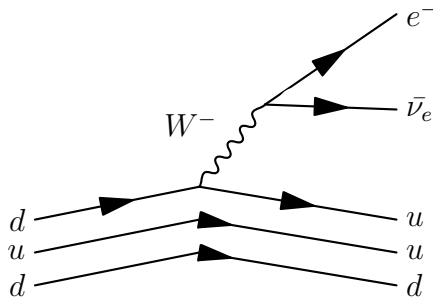
W powyższym przykładzie każdy wierzchołek był miejscem spotkania dwóch linii oznaczających elektron i jednej oznaczającej foton. Są to zatem wierzchołki związane z oddziaływaniem elektromagnetycznym - oddziaływaniem naładowanych elektrycznie fermionów z fotonami.

W oddziaływaniach słabych i silnych jest o wiele więcej możliwych typów wierzchołków, jako że cząstki biorące w nich udział zmieniają się w inne cząstki. Istnieją też kolejne zasady zachowania, które to regulują, o czym za chwilę.

### Przykład: rozpad $\beta$

Kiedy odkryto promieniotwórczość typu  $\beta$ , wykryto, że jądro atomowe emituje elektron. Jest on cząstką naładowaną i oddziałującą z materią na wiele sposobów, dzięki czemu dało się też wyznaczyć jego pęd i energię. Przy dalszej analizie tej reakcji okazało się, że po rozpadzie znika część pędu i energii. Zaproponowano, że brakująca energia i pęd uciekają w postaci nowej, nieznannej i nieobserwowalnej cząstki. Ze względu na neutralność (jest niewidoczna, bo z niczym nie wchodzi w reakcje) nazwano tę cząstkę neutrinem. Neutrino nie ma ładunku i prawie nie reaguje z niczym - przez to nie dało się go wtedy bezpośrednio zaobserwować.

Należy tu zaznaczyć, że rozpad  $\beta$  nie jest w dosłownym znaczeniu *rozpadem* neutronu na proton, elektron i neutrino, ponieważ te cząstki nie są jego składnikami. Jak już wspominałam, proton i neutron składają się z kwarków. Jeżeli przyjrzymy się z bliska rozpadowi  $\beta$ , zobaczymy, że neutron zmienia się w proton poprzez zmianę zapachu (a więc *przemianę*, a nie *rozpad*) jednego ze swoich kwarków dolnych. Taką reakcję, zgodnie z Modelem Standardowym opisuje się przedstawionym poniżej diagramem.



Podczas zmiany zapachu kwarka ( $d \rightarrow u$ ) pojawia się bozon pośredniczący

$W^-$ . Jest to bozon o ujemnym ładunku elektrycznym, bo w każdym wierzchołku (miejscu spotkania się trzech linii) musi zgadzać się ładunek wchodzący i wychodzący. Do dolnego wierzchołka wchodzi kwark o ładunku  $-\frac{1}{3}e$ , a wychodzą dwie cząstki, o łącznym ładunku  $\frac{2}{3}e + (-e) = -\frac{1}{3}e$ . Po krótkim czasie bozon znika tworząc parę elektron-antineutrino, mającą łączny ładunek  $-e + 0 = -e$  (górnny wierzchołek diagramu), a więc i tu zasada zachowania ładunku jest spełniona.

Dlaczego antyneutrino, a nie neutrino? W oddziaływaniach słabych cząstki mogą pojawiać się, znikać lub zmieniać się w inne cząstki, pod warunkiem zachowania pewnych wielkości fizycznych. Poza obowiązującymi zawsze zasadami zachowania energii i pędu, dochodzą dodatkowe zasady związane z rodzajami cząstek.

Są to zasady zachowania m.in. liczb leptonowych: elektronowej, mionowej i taonowej. Oblicza się je bardzo prosto:

liczba elektronowa = liczba elektronów + liczba  $\nu_e$  - liczba ich antycząstek.

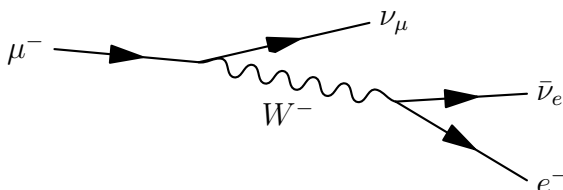
liczba mionowa = liczba mionów + liczba  $\nu_\mu$  - liczba ich antycząstek.

liczba taonowa = liczba taonów + liczba  $\nu_\tau$  - liczba ich antycząstek.

Te zasady odzwierciedlają fakt, że każdy z naładowanych leptonów:  $e$ ,  $\mu$ ,  $\tau$  ma odpowiadające mu neutrino, które występuje w reakcjach ze „swoim” leptonem.

Można na to spojrzeć jak na analogię do I prawa Kirchoffa - tyle samo elektronów, mionów i taonów (lub odpowiednich neutrin) musi wypłynąć, ile wpływa. Powyższe zasady zachowania muszą być spełnione we wszystkich wierzchołkach diagramu, czyli wszędzie tam, gdzie spotykają się trzy linie oznaczające cząstki - zupełnie jak w wierzchołkach obwodów elektrycznych.

**Ćwiczenie 12.** Oblicz wchodzące i wychodzące liczby leptonowe i ładunki w poszczególnych wierzchołkach poniższego diagramu rozpadu mionu. Takiemu procesowi podlegają miony powstające w atmosferze na skutek promieniowania kosmicznego (jak w ćwiczeniu 9.).



## Lista zasad zachowania - zasad rysowania diagramów

W każdym oddziaływaniu - czyli w każdym wierzchołku diagramu Feynmana - muszą być spełnione odpowiednie zasady zachowania:

- pędu
- ładunku
- liczb leptonowych - elektronowej, mionowej i taonowej
- liczby barionowej - związanej z liczbą kwarków (uogólnienie zasady zachowania nukleonów w przemianach jądrowych)
- energii - ze względu na możliwość anihilacji lub kreacji cząstek, należy na równi ze zwykłą energią (np. kinetyczną) liczyć masy cząstek, zgodnie ze wzorem Einsteina  $E_0 = mc^2$ . Często cząstki poruszają się z prędkościami relatywistycznymi, dlatego w równaniach opisujących energię zwykle stosuje się wzory z STW.

### 7.1 Wirtualne cząstki

Jako pośrednik przy oddziaływaniach może na krótko pojawić się cząstka, która normalnie nie miała by prawa zaistnieć. Bo jakże może powstać w rozpadzie  $\beta$  bozon  $W$ , o masie ponad 80-krotnie większej od neutronu, z którego powstaje? Takie cząstki, które występują tylko przez krótki czas jako pośrednie stadia reakcji (linie, które nie wychodzą na zewnątrz diagramu), nazywamy cząstkami wirtualnymi. Muszą one jednak spełniać wszystkie wymienione w poprzednim rozdziale zasady zachowania. Jak w takim razie zrozumieć powstawanie bozonu  $W$  w rozpadzie  $\beta$ ? Czy nie łamie to zasady zachowania energii, kiedy uwzględnimy w niej energię spoczynkową, związaną z masą?

W STW energia  $E$ , pęd  $p$  i masa  $m$  cząstki są związane wzorem  $E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$ . W przypadku cząstek wirtualnych ta równość nie musi być prawdziwa! Cząstki mogą „wypożyczyć” na krótki czas  $\Delta t$  prawo do „naginania” tej równości. Im większa różnica  $\Delta E = E^2 - m^2c^4 - p^2c^2$ , tym krótszy ten czas i mniejsze prawdopodobieństwo, że zjawisko wymagające „pożyczki” nastąpi. Ma to związek z zasadą nieoznaczoności Heisenberga - jedna z jej wersji mówi, że energia cząstki może być „rozmyta” - nie przyjmować konkretnej wartości, ale mieć pewien rozkład prawdopodobieństwa - a wielkość rozmycia zależy odwrotnie proporcjonalnie do czasu życia takiej cząstki:  $\Delta E \Delta t \sim \hbar$ .

Wirtualną cząstkę może reprezentować dowolna linia, która nie wychodzi na zewnątrz diagramu, nawet jeśli nie jest to cząstka bardzo masywna. W szczególności elektron w trakcie zjawiska Comptona jest przez chwilę wirtualny.

## 8 Więcej o spinie

Pewnie zastanawiasz się, dlaczego tak się złożyło, że żadna cząstka materii nie jest bozonem, a żadna cząstka pośrednicząca nie jest fermionem. Odpowiedzi można szukać w zakazie Pauliego. Zakaz ten zabrania dwu fermionom tego samego rodzaju (np. dwu elektronom, albo dwu kwarkom) występować w tym samym stanie - tzn. mieć tę samą energię, spin itd. To, że zakaz ten dotyczy jedynie fermionów, wynika z pewnych własności funkcji falowej. Przyjrzymy się teraz dokładniej tym własnościom.

Wyobraźmy sobie, że gdzieś znajduje się kilka identycznych cząstek - niekoniecznie wszystkie w tym samym miejscu - np. kilka elektronów w atomie. Każdy z nich ma swoją funkcję falową  $\phi_i$ , określającą prawdopodobieństwo znalezienia tego elektronu w różnych stanach.

Jeśli mierzylibyśmy jakikolwiek parametr elektronów, nie bylibyśmy w stanie odróżnić, który spośród nich został zarejestrowany w danym pomiarze. W takim razie zamienianie stanów kwantowych między dwoma elektronami nie powinno spowodować zmiany rozkładu prawdopodobieństwa znalezienia elektronów w różnych stanach. To prawdopodobieństwo jest określone przez wartość kwadratu *wypadkowej* funkcji falowej wszystkich rozpatrywanych elektronów  $|\psi|^2$ . Zamiana cząstek nie może zmieniać tej wartości. Nic nie stoi jednak na przeszkodzie, żeby zamiana powodowała zmianę wartości  $\psi$  np. na  $-\psi$ . W przypadku fermionów właśnie tak się dzieje.

Mianowicie, gdy oznaczymy przez 1 i 2 dwa fermiony znajdujące się w stanach kwantowych  $A$  i  $B$ , to ich funkcja wypadkowa

$$\psi_{12}(AB) = \phi_1(A)\phi_2(B) - \phi_1(B)\phi_2(A),$$

gdzie  $\phi_i(X)$  oznacza wartość funkcji falowej fermionu o indeksie  $i$  w stanie  $X$  (określającej prawdopodobieństwo, że ten fermion jest w stanie  $X$ ). Niech teraz nasze fermiony zamieniają się stanami. Funkcja falowa jest teraz równa

$$\psi_{12}(BA) = \phi_1(B)\phi_2(A) - \phi_1(A)\phi_2(B),$$

a więc ma tę samą wartość, co poprzednio, ale zmieniła znak:  $\psi_{12}(BA) = -\psi_{12}(AB)$ .

Zobaczmy, co się dzieje, gdy dwa elektrony są w tym samym stanie kwantowym, a więc  $A = B$ .

$$\psi_{12}(AB) = \phi_1(A)\phi_2(B) - \phi_1(B)\phi_2(A) = \phi_1(A)\phi_2(A) - \phi_1(A)\phi_2(A) = 0.$$

Zerowa wartość funkcji falowej oznacza zerowe prawdopodobieństwo wystąpienia takiego układu - a więc zakaz Pauliego.

Z kolei w przypadku bozonów funkcja falowa nie zmienia się przy zamianie dwóch cząstek, ponieważ wzór na wypadkową funkcję falową ma nieco inną postać:

$$\psi_{12}(AB) = \phi_1(A)\phi_2(B) + \phi_1(B)\phi_2(A).$$

Kiedy podstawimy  $A = B$ , funkcja nie zeruje się, więc zakaz Pauliego nie dotyczy bozonów. Mogą one zajmować stany energetyczne niezależnie od tego, czy są już zajęte, czy nie. Dzięki temu jest możliwe m.in. działanie lasera.

Gdyby cząstki pośredniczące w oddziaływaniach były fermionami, a więc podlegałyby zakazowi Pauliego, prowadziłyby to do sporych komplikacji w oddziaływaniu. Fotony uczestniczące w oddziaływaniu elektrostatycznym miałyby do dyspozycji inny zestaw stanów kwantowych, niż mają, będąc bozonami. Co za tym idzie, wzór na siłę wyglądałby inaczej. Gdyby natomiast zakaz Pauliego nie obowiązywał elektronów, nie istniałaby struktura orbitali elektronowych w atomach, a więc nie byłyby możliwe takie reakcje chemiczne, jakie znamy.

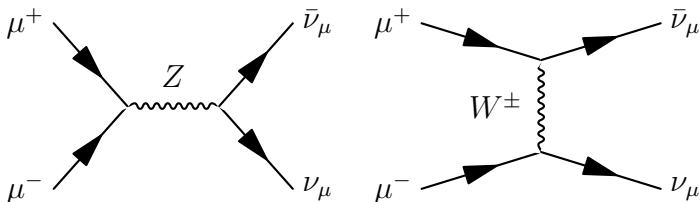
## 9 Więcej o diagramach Feynmana

Diagramy Feynmana, oprócz ilustrowania procesów, pomagają w obliczaniu prawdopodobieństw ich zachodzenia. Np. bozon  $Z$ , będący cząstką niestabilną, może rozpaść się na różne sposoby, tak że produktami reakcji mogą być różne zestawy cząstek, m.in.  $e^-e^+$ ,  $\mu^-\mu^+$ ,  $\tau^-\tau^+$ ,  $u\bar{u}$ . Każda z tych reakcji ma określone prawdopodobieństwo.

Dla każdego diagramu Feynmana można obliczyć pewną liczbę, proporcjonalną do prawdopodobieństwa zajścia opisywanego przez niego procesu. Jeśli porównamy takie liczby dla różnych możliwych w danej sytuacji procesów, możemy obliczyć ich względne prawdopodobieństwo. Metody obliczania tych liczb są niestety zbyt skomplikowane matematycznie, aby je tu przedstawić, ale możemy prześledzić „rysunkową” część tej metody.

W tym momencie należy zauważyć, że nawet jeśli znamy stan początkowy i końcowy reakcji, to nie wiemy, jakie wirtualne cząstki uczestniczyły w niej w międzyczasie. Prawdopodobieństwo zajścia takiego procesu jest sumą odpowiednich liczb dla wszystkich możliwych diagramów mających właściwe linie na początku i na końcu.

**Przykład:** Rozważmy proces, w którym na początku jest para mion-antymion, a na końcu para neutrino-antineutrino mionowe. Może on zajść na różne sposoby, np. przedstawione na dwóch poniższych diagramach Feynmana.



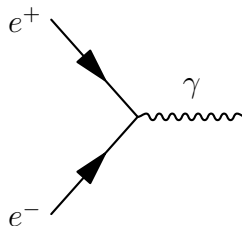
Jak widzisz na pierwszym diagramie, pośredniczącym bozonem może być masywny bozon  $Z$ . Zwróć uwagę na to, że w każdym wierzchołku zgadzają się zasady zachowania liczby mionowej oraz ładunku. Jest to prawda również dla kolejnego diagramu. Można by zadać pytanie, dlaczego w pierwszym diagramie nie można zastąpić bozonu  $Z$  przez foton, skoro odpowiednie zasady zachowania byłyby spełnione? Otóż foton oddziałuje tylko z cząstkami naładowanymi elektrycznie, bo odpowiada za oddziaływania elektromagnetyczne. Możesz jednak rozważyć diagram z  $\mu^- \mu^+$  i  $\nu_\mu \bar{\nu}_\mu$  na końcach, w którym para  $\mu^- \mu^+$  anihiluje w foton. Trzeba wtedy wprowadzić więcej wierzchołków i pośrednich cząstek, żeby ten foton oddziaływał bezpośrednio tylko z cząstkami naładowanymi. Czy potrafisz narysować taki diagram?

Spójrz teraz uważnie na drugi diagram. W zależności od tego, czy przyjmiemy, że w reakcji uczestniczy bozon  $W^-$  czy  $W^+$ , jego kierunek przepływu będzie odpowiednio w górę lub w dół (sprawdź to samodzielnie). Jest to ogólna prawidłowość dotycząca cząstek i ich antycząstek - często na diagramie równie dobrze zamiast danej cząstki można narysować jej antycząstkę poruszającą się w przeciwnym kierunku.

Jak widać, rysując diagram Feynmana pasujący do danego procesu, należy przede wszystkim zadbać o zasady zachowania ładunku i liczb leptonowych (oraz barionowych) w jego wierzchołkach, a także czy nie ma wierzchołków, gdzie foton oddziałuje z cząstkami bez ładunku elektrycznego. Są jednak sytuacje, kiedy to nie wystarczy: w przypadku procesów, w których powstają na końcu swobodne fotony, należy zwrócić szczególną uwagę na zasadę zachowania pędu i energii.

**Przykład:** Rozważmy proces anihilacji pary elektron-pozyton. Czy może w efekcie powstać pojedynczy, swobodny foton?

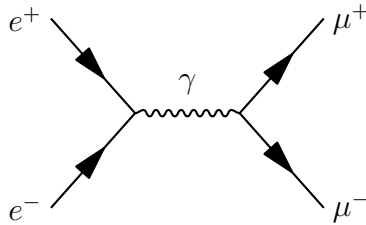
Diagram Feynmana dla tego procesu wygląda następująco:



W jego jedynym wierzchołku spełnione są zasady zachowania ładunku oraz liczby elektronowej. Zobaczmy co się dzieje z pędem i energią. Takie rozważania najwygodniej przeprowadzić w układzie odniesienia związanym ze środkiem masy układu, ponieważ w nim łączny pęd układu cząstek wynosi 0. Nic nie stoi na przeszkodzie, żeby łączny pęd pary masywnych cząstek

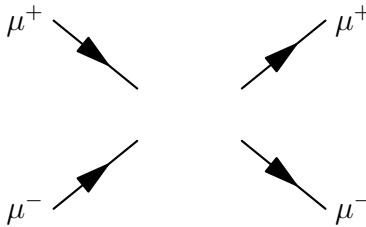
wynosił 0, ale pojedynczy foton nie może mieć pędu 0. W takim razie ta reakcja jest niemożliwa. Wystarczy jednak, że zostaną wyemitowane dwa fotony, aby anihilacja  $e^+e^-$  mogła zajść.

**Ćwiczenie 13.** Poniższy diagram przedstawia jedną z możliwych reakcji anihilacji pary elektron-pozyton i kreacji pary mion-antymion. Narysuj diagram innej reakcji o takim samym stanie początkowym i końcowym.



Oczywiście możliwa jest wymiana więcej niż jednej cząstki pośredniczącej pomiędzy liniami zewnętrznymi diagramu. Może ich być dowolnie dużo, byle w każdym wierzchołku były spełnione wszystkie konieczne zasady zachowania.<sup>16</sup>

**Ćwiczenie 14.** Narysuj co najmniej pięć możliwych diagramów o liniach początkowych i końcowych jak na rysunku poniżej. W razie problemów możesz zajrzeć do wskazówki na dole strony.<sup>17</sup>



## 10 Detektory i badania

Do detekcji cząstek elementarnych wykorzystujemy oddziaływania badanych cząstek z materią, takie jak scyntylacja czy jonizacja. Budowa detektorów jest bardzo rozbudowaną dziedziną technologii i wykracza poza zakres tej pracy.

<sup>16</sup>Istnieje ogólna prawidłowość, że im więcej w danym diagramie wierzchołków, tym mniejsza liczba mu odpowiada. Dzięki temu można wygodnie obliczać przybliżone prawdopodobieństwa reakcji, licząc np. wszystkie diagramy mające mniej niż 7 wierzchołków, a pomijając pozostałe, jako niewiele wnoszące, małe liczby.

<sup>17</sup>Jeden z diagramów zawiera bozony  $W^\pm$  i neutrino.

W detektorach widzimy tylko produkty końcowe reakcji. Aby porównać te obserwacje z teoretycznymi przewidywaniami, trzeba posługiwać się symulacjami komputerowymi.

## 11 Wiele jeszcze przed nami...

Zahaczyliśmy jedynie o część Modelu Standardowego - oddziaływanie elektromagnetyczne i słabe to nie wszystko. Poniżej znajdziesz pobieżny przegląd nieomówionych w tej pracy aspektów Modelu.

### Chromodynamika kwantowa (QCD)

Jest to dziedzina zajmująca się opisem oddziaływań silnych, czyli dotyczących kwarków i gluonów. Ładunek związany z tym oddziaływaniem nazywamy kolorem - stąd nazwa chromodynamiki.<sup>18</sup>

W reakcjach kwarków z gluonami są spełnione wszystkie zasady zachowania obowiązujące w oddziaływaniach słabych oraz kilka dodatkowych. Większość z nich dotyczy zachowania dodatkowych liczb definiowanych analogicznie do liczb leptonowych, np. liczby zwanej *dziwnością* dla kwarków dziwnych.

Kolor jest nieco inną liczbą kwantową, która musi być zachowana. Każdy kwark, niezależnie od zapachu, ma jeden z trzech kolorów (czerwony, zielony, niebieski) lub z odpowiadających im antykolorów. Jest to nazwa umowna i nie ma nic wspólnego z wyglądem kwarka. Z resztą w przypadku wszystkich cząstek fundamentalnych trudno mówić o wyglądzie - cząstki są punktowe a „zobaczyć” można je tylko detektorem.

W przeciwieństwie do oddziaływań elektromagnetycznych, których nośnik nie ma ładunku elektrycznego, nośniki oddziaływania silnego - gluony - posiadają ładunek kolorowy, a dokładniej parę kolor-antykolor. Przykładowo, gluon może mieć kolor zielono-antyniebieski. Ta pozornie nieduża różnica powoduje, że opis matematyczny oddziaływań silnych są znacznie trudniejszy niż w przypadku elektromagnetyzmu.

### Bozon Higgsa

Jest to bozon o spinie 0, odkryty w roku 2012<sup>19</sup> w CERN. Jest on wymagany przez Model Standardowy m.in. dla wyjaśnienia pochodzenia mas cząstek.

### Jeszcze nie wszystko zostało zbadane

Model Standardowy daje wyniki o bardzo dużej zgodności z danymi doświadczalnymi i doskonale opisuje wiele zjawisk, jednak wciąż istnieją takie, które

---

<sup>18</sup>gr. *chromos* - kolor

<sup>19</sup>na podstawie danych zebranych w latach 2009-11



mu się wymykają. Współcześni fizycy pracują nad teoriami rozszerzającymi Model Standardowy - takimi, które zgodnie z nim opisują wyjaśnione już aspekty rzeczywistości, a ponadto tłumaczą kolejne. Poniżej przedstawiam kilka zjawisk, które czekają na wyjaśnienie.

## Grawitacja

Jak wspomniałam na początku, grawiton nie został odkryty. W związku z tym kwestia mechanizmu odpowiedzialnego za działanie grawitacji pozostaje otwarta. Istnieje bardzo dobrze potwierdzona doświadczalnie teoria grawitacji - ogólna teoria względności (OTW). Niestety, opisuje ona świat zupełnie innym językiem<sup>20</sup> niż Model Standardowy i przez to trudno obie te teorie pogodzić w całościowym opisie wszystkich oddziaływań.

## Oscylacje neutrin

Teoretycznie różne rodzaje neutrin, nie powinny bezpośrednio w jednym wierzchołku reagować z „nie swoimi” leptonami. Okazuje się jednak, że przebywając swobodnie odpowiednio długą drogę, neutrino może spontanicznie zmienić swój rodzaj, np.  $\nu_e$  przemienić się w  $\nu_\mu$  - a więc w praktyce zacząć reagować z innym leptonem, niż powinno - albo, co gorsza, w tzw. neutrino sterylne, które nie reaguje z niczym.

## Ciemna materia

Z badań astrofizycznych związanych z analizą oddziaływań grawitacyjnych dużych obiektów wynika, że istnieje w kosmosie materia, która ma dużą masę, ale nie oddziałuje ze światłem, przez co jest niewidoczna. Nazwano ją ciemną materią. Spośród cząstek Modelu Standardowego jedynie neutrina mogłyby być jej składnikami, ale z dokładniejszej analizy wynikało, że z powodu ich małej masy nie jest to możliwe. Fizycy podejmują różne próby rozszerzenia Modelu o nowe, masywniejsze, obojętne elektrycznie (bo nie mogą reagować z fotonami) cząstki. Dotychczas nie udało się żadnej z nich ostatecznie potwierdzić.

---

<sup>20</sup>W OTW grawitacja nie jest oddziaływaniem związanym z wymianą cząstek, ale ze zmianami właściwości samej przestrzeni wokół ciał - zakrzywieniami czasoprzestrzeni.

## 12 Słowniczek

**Anihilacja** – zniknięcie cząstek. Wyzwała się przy tym energia, która może dać początek nowym cząstkom.

**Akcelerator** – urządzenie przyspieszające naładowane cząstki. Można nim badać cząstek elementarne poprzez zderzanie rozpędzonych przeciwbieżnych wiązek cząstek i analizę zachodzących podczas zderzenia reakcji.

**Antycząstka** – cząstka o takiej samej masie, a przeciwnych wartościach pozostałych charakteryzujących ją parametrów (np. ładunku) niż odpowiadająca jej cząstka (np. antyelektron, czyli pozyton). Para cząstka-antycząstka może aihilować.

**Bariony** – cząstki elementarne składające się z trzech kwarków. Przykładem barionu jest proton.

**Bozon** – cząstka o spinie będącym całkowitą wielokrotnością stałej  $\hbar$ . Fundamentalne bozony są nośnikami oddziaływań.

**Cząstka elementarna** – cząstka fundamentalna lub nieco większa, ale mniejsza od jądra atomu. Może posiadać złożoną wewnętrzną strukturę (np. bariony składające się z kwarków).

**Cząstka fundamentalna** – cząstka, która nie posiada wewnętrznej struktury wskazującej na to, że składa się z innych cząstek. Jest to cząstka niepodzielna, jednak może być zdolna do przemiany w inne cząstki.

**Cząstka wirtualna** – cząstka, która pojawia się na krótki czas jako pośrednik w trakcie reakcji i nie można jej zaobserwować z zewnątrz. Taka cząstka może trochę „naginać” wzór wiążący energię, pęd i masę.

**Diagram Feynmana** – graficzny sposób przedstawiania reakcji zachodzących między cząstkami elementarnymi, pomagający również obliczać prawdopodobieństwa wystąpienia poszczególnych reakcji.

**Fermion** – cząstka o spinie będącym tzw. połówkową wielokrotnością stałej  $\hbar$ . Fundamentalne fermiony są cząstkami budującymi materię.

**Funkcja falowa** – sposób przedstawiania cząstek w teoriach kwantowych. Zwyczajowo oznaczana  $\psi(x,t)$  lub  $\phi(x,t)$ , przyjmuje wartości w liczbach zespolonych i opisuje prawdopodobieństwo znalezienia cząstki w danym stanie kwantowym  $x$  w czasie  $t$ , jako proporcjonalne do  $|\psi(x,t)|^2$ .

**Kwarki** – cząstki fundamentalne (fermiony) budujące m.in. neutrony i protony. Jest ich sześć rodzajów, tzw. zapachów.

**Kreacja** – powstanie nowych cząstek.

**Liczba barionowa** – liczba związana z liczbą kwarków biorących udział w reakcji. Jedna z wielkości zachowywanych w oddziaływaniach.

**Liczba fermionowa** – liczba elektronowa, mionowa lub taonowa, równa 1 dla odpowiedniego fermionu i jego neutrino, a  $-1$  dla ich antycząstek. Jedna z wielkości zachowywanych w oddziaływaniach.

**Liczba kwantowa** – liczba opisująca pewien parametr cząstki, który jest skwantowany, czyli może przyjmować wartość tylko z pewnego ograniczonego zbioru, np. całkowite wielokrotności pewnej stałej. Liczba kwantowa może opisywać np. energię lub spin.

**Neutrino** – neutralna cząstka fundamentalna podlegająca wyłącznie oddziaływaniom słabym, a przez to trudna w detekcji. Powstaje m.in. w przemianie  $\beta$ .

**Oddziaływania silne** – oddziaływania przekazywane przez gluony, odpowiedzialne m.in. za wiązanie kwarków w nukleonach oraz nukleonów w jądrze.

**Oddziaływania słabe** – przemiany cząstek, w których uczestniczą bozony pośredniczące  $W^+$ ,  $W^-$  i  $Z$ . W wyniku tego oddziaływania może np. zmienić się zapach kwarku.

**Spin** – wewnętrzny „moment pędu” cząstek. Wartość spinu dla bozonów przyjmuje całkowite wielokrotności  $\hbar$ , zaś dla fermionów wartości połówkowe  $(n + \frac{1}{2})\hbar$ . W przypadku cząstek fundamentalnych są to wartości odpowiednio 0 lub  $\hbar$  dla bozonów i  $\frac{\hbar}{2}$  dla fermionów.

**Stan kwantowy** – zestaw wszystkich liczb kwantowych opisujących daną cząstkę.

## 13 Odpowiedzi do ćwiczeń

1. Ponieważ każdy z nukleonów składa się z trzech kwarków, mamy do wyboru następujące sumy ładunków:  $\frac{2}{3}e + \frac{2}{3}e + \frac{2}{3}e = 2e$  (z kwarków  $u, u, u$ ),  $\frac{2}{3}e + \frac{2}{3}e - \frac{1}{3}e = e$  (z kwarków  $u, u, d$ ),  $\frac{2}{3}e - \frac{1}{3}e - \frac{1}{3}e = 0$  (z kwarków  $u, d, d$ ),  $-\frac{1}{3}e - \frac{1}{3}e - \frac{1}{3}e = -e$  (z kwarków  $d, d, d$ ). Widzimy, że jako składniki protonu i neutronu pasują zestawy kwarków  $u, u, d$  i  $u, d, d$ .

2. Oznaczmy ładunek cząstki jako  $q$ . Antycząstka ma wtedy ładunek  $-q$ . Jeżeli cząstka i antycząstka są tym samym, to  $q = -q$ , a więc  $q = 0$ .

3. Nie. Na pierwszy rzut oka mogłoby się wydawać, że ponieważ ma ładunek 0, to może być antycząstką, ale to rozumowanie działa tylko dla cząstek fundamentalnych. Antyneutron jest cząstką złożoną i składa się z odpowiednich antykwarków: antydołnych i antygórnych o ładunkach  $-\frac{2}{3}e$  i  $\frac{1}{3}e$ , które nie są tym samym co kwarki budujące neutron.

4.  $1 \text{ GeV}/c^2 = 1,602 \cdot 10^{-10} \text{ J} / (3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2 = 1,783 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .

Łatwo zatem obliczyć, że masa protonu  $1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 0,938 \text{ GeV}/c^2$ .

5. Do wzoru na długość fali de Broglie'a  $\lambda = \frac{h}{p}$  podstawmy pęd fotonu  $p = \frac{h\nu}{c}$ :

$$\lambda = h : \frac{h\nu}{c} = \frac{c}{\nu}$$

6. Pęd elektronu  $p = mv = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1 \text{ m/s} = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg m/s}$ . Stąd

$$\lambda = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg m/s}} = 0,000728 \text{ m} = 728 \text{ } \mu\text{m}$$

7. Obliczmy kąt  $\alpha_1$ , czyli odległość kątową między pierwszym prążkiem ( $n = 1$ ) a zerowym:  $\sin \alpha_1 = n\lambda/d = 1 \cdot 728 \text{ } \mu\text{m}/1 \text{ mm} = 0,728$ , zatem kąt  $\alpha_1 = 47^\circ$ , odległość między prążkami  $x = \text{tg } \alpha_1 \cdot 1 \text{ m} = 1,07 \text{ m}$ .

Dla większych wartości  $n$  otrzymamy  $\sin \alpha > 1$ , a więc kolejne prążki nie będą widoczne.

8. Kreślona stała plancka  $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$ . Moment pędu  $l = I\omega$  wyraża się w następujących jednostkach:

$$\text{kg m}^2 \cdot \frac{1}{\text{s}} = \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}} = \text{m s} \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2} = \text{m s N} = \text{J s}$$

9. W opisanej sytuacji  $V = v$ , ponieważ układ odniesienia porusza się razem z mionem. Zatem:

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - V\Delta x/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} = \frac{\Delta t - Vv\Delta t/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} = \Delta t \frac{1 - Vv/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

$$\Delta t = \Delta t' \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - Vv/c^2} = \Delta t' \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - v^2/c^2} = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\Delta t = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{1 - 0,99^2}} \text{ s} = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{0,1410673598} \text{ s} = 14,2 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

Z punktu widzenia obserwatorów na Ziemi mion leci z prędkością  $v = 0,99c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  przez czas  $\Delta t = 14,2 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ , a więc przebędzie drogę  $s = v\Delta t = 4,26 \text{ km}$ .

10. Wystarczy podstawić i uprościć wzory:

$$v'_x = \frac{x'}{t'} = \frac{\frac{x-Vt}{\sqrt{1-V^2/c^2}}}{\frac{t-Vx/c^2}{\sqrt{1-V^2/c^2}}} = \frac{x - Vt}{t - Vx/c^2} = \frac{v_x t - Vt}{t - Vv_x t/c^2} = \frac{v_x - V}{1 - v_x V/c^2}$$

$$v'_y = \frac{y'}{t'} = \frac{y}{\frac{t-Vx/c^2}{\sqrt{1-V^2/c^2}}} = \frac{y\sqrt{1-V^2/c^2}}{t - Vx/c^2} = \frac{v_y t \sqrt{1-V^2/c^2}}{t - Vv_x t/c^2} = \frac{v_y \sqrt{1-V^2/c^2}}{1 - v_x V/c^2}$$

11. Energia dwóch elektronów poruszających się z prędkością  $v$  wynosi  $E_e = 2 \frac{m_e c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ , zaś energia potrzebna do kreacji spoczywających mionów wynosi  $E_\mu = 2m_\mu c^2$ .

Zatem prędkość  $v$  elektronów musi być co najmniej taka, żeby  $E_e = E_\mu$ , czyli

$$2 \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 2m_\mu c^2$$

$$\sqrt{1 - v^2/c^2} = \frac{m_e}{m_\mu}$$

$$v^2/c^2 = 1 - \frac{m_e^2}{m_\mu^2}$$

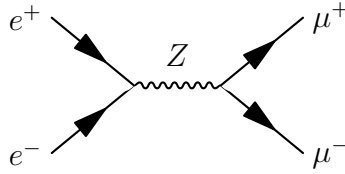
$$v = c \sqrt{1 - \frac{m_e^2}{m_\mu^2}} = \sqrt{1 - (0,511 \text{ MeV}/106 \text{ MeV})^2} c = 0,99998838c$$

12. W górnym wierzchołku ładunek wchodzący:  $-e$ , wychodzący  $-e + 0 = -e$ , liczba mionowa wchodząca  $+1$ , wychodząca  $+1 + 0 = +1$ .

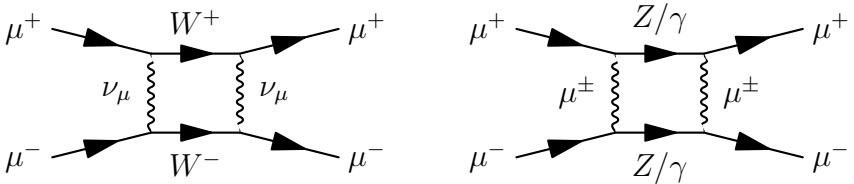
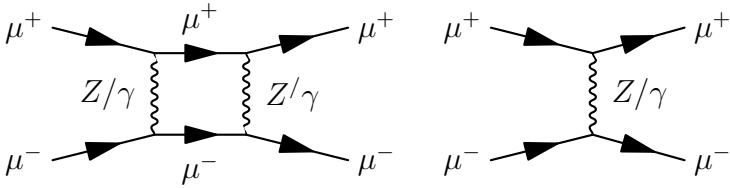
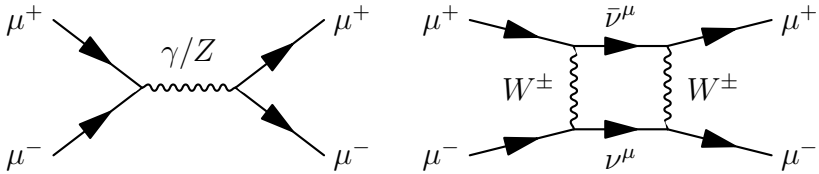
W dolnym wierzchołku ładunek wchodzący:  $-e$ , wychodzący  $-e + 0 = -e$ , liczba elektronowa wchodząca  $0$ , wychodząca  $-1 + 1 = 0$ .

Pozostałe liczby leptonowe wynoszą  $0$ .

13. Pośredniczący bozon musi mieć zerowy ładunek elektryczny. Jest to zatem reakcja z bozonem  $Z$ :



14. Ponieważ w reakcji występują wyłącznie miony, możliwa jest zarówno anihilacja, a następnie kreacja pary  $\mu^- \mu^+$ , jak i wymiana bozonów pomiędzy przemieszczającymi się koło siebie cząstkami. Zauważ, że niektóre wirtualne cząstki pośredniczące (pionowe linie) mogą być traktowane dowolnie - jako cząstki lub antycząstki.



## Literatura

- [1] R. P. Feynman, „QED osobliwa teoria światła i materii”, Państwowy Instytut Wydawniczy (1992), ISBN 8306021436.
- [2] P. Chankowski, „Delta i fizyka cząstek elementarnych (I-VI)”, Miesięcznik „Delta - matematyka, fizyka, astronomia, informatyka”, Uniwersytet Warszawski (2016), PL ISSN 01373005, <http://www.deltami.edu.pl/>
- [3] D. H. Perkins, „Wstęp do fizyki wysokich energii”, Wydawnictwo Naukowe PWN (2004), ISBN 8301142464.
- [4] K.A. Olive et al. (Particle Data Group), Chin. Phys. C, 38, 090001 (2014) and 2015 update. <http://pdg.lbl.gov/> - baza danych o cząstkach fundamentalnych.
- [5] Skrypt w programie gnuplot, P. Nieżurawski (częściowo zmodyfikowany przeze mnie)
- [6] A. Dragan, „Niezwyczajnie szczególna teoria względności” <http://www.fuw.edu.pl/~dragan/Fizyka/Nstw.pdf>